

文章编号:1006-2467(2012)10-1652-06

# 全耦合深海平台系统中液压张紧器的数值模拟

王坤鹏, 薛鸿祥, 唐文勇

(上海交通大学, 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

**摘要:** 基于利用 ABAQUS 开发的平台/系泊索/立管全耦合分析程序, 研究应用于深海平台系统与顶端张紧式立管连接的液压张紧器的数值模型. 对数值模拟液压张紧器中的刚度非线性效应、摩擦效应以及平台、张紧器和顶端张紧式立管的耦合连接方式进行了研究, 提出了非线性液压张紧器模型. 通过张紧器线性和非线性模型结果的比较, 得到了非线性效应对立管和平台响应的影响, 对提高顶端张紧式立管极限强度和疲劳寿命的预报精度有一定的帮助作用.

**关键词:** 全耦合模型; 液压张紧器; 冲程; 刚度非线性; 摩擦效应

**中图分类号:** P 752      **文献标志码:** A

## Numerical Simulation of Hydropneumatic Tensioner for Coupled Deepwater Platform System

WANG Kun-peng, XUE Hong-xiang, TANG Wen-yong

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** The hydropneumatic tensioner used for the connection of deepwater platform and top tension risers (TTRs) was studied based on the hull/mooring/riser coupled analysis program developed in ABAQUS. The present study focused on the challenges for the tensioner numerical simulation, and proposed a nonlinear tensioner model considering the nonlinear stiffness, friction and the connection of platform, tensioner and TTR. The tensioner is simplified as a linear model, and the predicted responses are compared with that of nonlinear model, from which the effect of nonlinearity on the risers and platform is obtained, which would contribute to more accurate predicted ultimate strength and fatigue life.

**Key words:** full coupled model; hydropneumatic tensioner; strokes; nonlinear stiffness; friction effect

随着油气开采事业向深海推进, 许多具有优良性能的新型海洋浮式结构物被提出并得以应用<sup>[1]</sup>. 海洋平台是进行油气开采作业的枢纽, 通过生产立管与油气井口连接. 在采油系统中, 顶端张紧式立管通常采用安装在甲板上的张紧器系统提供顶端张力.

由于平台系统的复杂性和设计准则的严格要求, 平台系统的耦合响应分析需要详细模拟立管和

浮体的连接, 从而保证立管极限强度和疲劳寿命等预报的准确性. 在全耦合模型中模拟液压张紧器的难点主要来自非线性刚度和摩擦效应; 此外, 由于张紧器长度的限制, 上、下冲程部位需要合理的接触模型来保证活塞的活动范围. Natarajan 等<sup>[2]</sup>提出了顶端张紧式立管系统的设计难点, 并对液压张紧器的模拟方法进行了研究; Botros 等<sup>[3]</sup>讨论了浮体和立

收稿日期: 2012-02-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(51009089)资助; 高等学校博士学科点专项科研基金课题(20100073120017)资助

作者简介: 王坤鹏(1986-), 男, 青岛市人, 博士生, 从事海洋工程结构物的强度与疲劳寿命研究. E-mail: wangkunpeng@sjtu.edu.cn.

薛鸿祥(联系人), 男, 讲师, 电话(Tel.): 021-34206579; E-mail: hongxiangxue@sjtu.edu.cn.

管系统的耦合系统,采用液压张紧器模型完成了立管的强度和疲劳性能分析;Perryman 等<sup>[4]</sup>对 HoLstein Spar 平台和顶端张紧式立管(TTR)张紧器系统的匹配安装进行了讨论,分析了该类结构的特殊性并提出了可能存在的难点;冯爱春<sup>[5]</sup>将 TTR 立管直接与平台连接,在频域内研究了立管存在对浮体运动和系泊索张力的影响;杨洪彪<sup>[6]</sup>采用线性弹簧模拟张紧器,研究了 TLP 平台偏移和顶张力因子对 TTR 立管响应的影响;徐正强等<sup>[7]</sup>通过 DeepC 预报平台的运动响应并作为立管边界,分别采用线性和非线性模型模拟张紧器,对立管进行详细的有限元分析,该非线性模型只考虑泰勒展开的前二阶项且忽略活塞运动范围的限制及摩擦力.在目前研究中,耦合模型通常忽略张紧器刚度随活塞冲程的变化以及冲程的范围等,直接采用线性弹簧模拟液压张紧器,即便在对立管单独进行分析时也仅考虑张紧器的刚度非线性效应.实际上,张紧器模拟方式对平台和立管的响应特性存在一定的影响,从而直接影响立管有限元分析的准确性.

本文采用计及刚度非线性和摩擦效应的非线性张紧器模型模拟顶端张紧式立管和平台的连接,并且将该模型嵌入到基于 ABAQUS 开发的平台/系泊索/立管时域全耦合分析程序,根据建立的耦合模型,选取具有 8 根顶端张紧式立管的深海平台系统进行分析,研究非线性张紧器模型对浮体运动和立管动力响应特性.

## 1 平台系统参数

本文研究的平台系统工作水深为 1 500 m,采用 12 根张紧的系泊索定位.系泊索采用钢链-纤维纜-钢链的组合形式,每条系泊索长度为 3 950 m,相关参数如表 1 所示.立管的主要参数:初始预紧力为 7.2 MN;外直径为 0.4 m;内直径为 0.3 m;密度为 7 850 kg/m<sup>3</sup>;惯性力系数为 2;拖曳力系数为 0.7. 8 根顶端张紧式立管均通过液压张紧器同浮体连接.系泊系统和立管耦合模型如图 1 所示.

表 1 系泊索系统主要参数

Tab.1 Main particulars of the mooring system

参数	顶端引导链	中间纤维纜	锚端链
长度/m	450	2 000	1 500
湿重/(kg·m <sup>-1</sup> )	134	4.2	156.2
干重/(kg·m <sup>-1</sup> )	155	15.5	179.5
轴向刚度/MN	633	160	726
弯曲刚度/kPa	0	0	0
直径/mm	84	160	90
惯性力系数	2	2	2
拖曳力系数	2.4	1.2	2.4

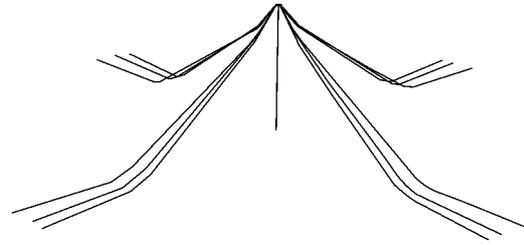


图 1 浮体、系泊索和立管全耦合模型

Fig. 1 Full coupled hull and mooring/riser model

## 2 耦合数值模型

采用的耦合分析程序以 ABAQUS/Standard 为平台,根据浮体的时域运动方程利用用户子程序开发具有 6 自由度的单节点单元模拟浮体,实现平台系统在统一矩阵下求解.单元节点位于与浮体固结的动坐标系原点,该坐标系的  $xOy$  平面与静水面重合, $z$  轴垂直向上.

为得到单元的相关矩阵和载荷,浮体的时域运动方程可转化为

$$[m_{ij} + m_{a,ij}] \{\ddot{x}_j(t)\} + [\mu_{ij}] \{\dot{x}_j(t)\} + [C_{ij}] \{x_j(t)\} = \{F_j\} + \{F_{1j}\} + \{F_{2j}\} \quad (1)$$

式中: $\ddot{x}_j$ 、 $\dot{x}_j$  和  $x_j$  分别为浮体在第  $j$  自由度的加速度、速度和位移; $m_{ij}$  和  $m_{a,ij}$  分别为浮体的质量矩阵和附加质量矩阵中的元素; $C_{ij}$  为恢复力矩阵中的元素; $F_j$  为环境外载荷列阵中的元素; $t$  为当前时间;

$\mu_{ij} = \frac{(t-t_{\text{KINC}})}{2} K_{ij}(0)$  为等效阻尼, $t_{\text{KINC}-1}$  为上一个增量步结束时的时间;

$$F_{1j}(t) = - \int_{-\infty}^{t_{\text{KINC}-1}} K_{ij}(t-\tau) \dot{x}_j(\tau) d\tau$$

$$F_{2j}(t) = \frac{t-t_{\text{KINC}-1}}{2} K_{ij}(t-t_{\text{KINC}-1}) \dot{x}_j(t_{\text{KINC}-1})$$

$K_{ij}$  为时延函数.

频域内的相关水动力系数,如附加质量系数、附加阻尼系数和波浪力等,均通过绕射/辐射水动力程序 WADAM 计算得到.相关波浪力可以通过双项级数展开转化到时域内,时域模拟中采用的时延函数根据辐射阻尼系数利用卷积积分得到.

深海环境下系泊索和立管具有较强的非线性效应,故耦合程序分别采用考虑几何非线性的三节点杆单元和梁单元进行模拟.模拟浮体的单元不包含浮体的尺寸信息,因而耦合程序通过基于刚体运动理论开发的多点约束实现浮体与系泊索的连接.假定浮体转动的欧拉角为小量,则系泊索单元与浮体连接节点  $a_1$  的位移与浮体单元节点  $b$  的位移存在

如下关系：

$$\begin{bmatrix} u_x^{a_1} \\ u_y^{a_1} \\ u_z^{a_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_0^b - z_0^{a_1} & y_0^b - y_0^{a_1} \\ 0 & 1 & 0 & z_0^b - z_0^{a_1} & 0 & x_0^b - x_0^{a_1} \\ 0 & 0 & 1 & y_0^b - y_0^{a_1} & x_0^b - x_0^{a_1} & 0 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} u_x^b & u_y^b & u_z^b & u_a^b & u_b^b & u_y^b \end{bmatrix}^T =$$

$$\mathbf{K} \begin{bmatrix} u_x^b & u_y^b & u_z^b & u_a^b & u_b^b & u_y^b \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

式中： $u$  为位移，其上、下标分别表示节点编号和位移所在方向； $x_0^{a_1}$ 、 $y_0^{a_1}$  和  $z_0^{a_1}$  为节点  $a_1$  的初始位置； $x_0^b$ 、 $y_0^b$  和  $z_0^b$  为节点  $b$  的初始位置。

将浮体单元节点设置为主节点，相连接的编号为 1 的杆单元节点设置为从节点，则根据虚位移原理可以得到考虑多点约束的杆单元的平衡方程为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & & \\ & \mathbf{I} & \\ & & \mathbf{K}^e & \\ & & & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K} & & \\ & \mathbf{I} & \\ & & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^b \\ u^{a_2} \\ u^{a_3} \end{bmatrix} =$$

$$\mathbf{K}_{eq}^e \begin{bmatrix} u^b \\ u^{a_2} \\ u^{a_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & & \\ & \mathbf{I} & \\ & & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \mathbf{F}^e \quad (3)$$

式中： $\mathbf{K}^e$  为杆单元刚度矩阵； $\mathbf{F}^e$  为节点外载荷列阵； $\mathbf{I}$  为单元刚度矩阵； $\mathbf{K}_{eq}^e$  为整体坐标下的单元刚度矩阵。

由式(3)可见，联系杆单元节点和浮体单元节点位移的矩阵  $\mathbf{K}$  直接影响杆单元的刚度和节点载荷在浮体单元节点上的分配，因此，该矩阵的定义直接影响能否在耦合系统中正确模拟系泊索。

### 3 液压张紧器模型

张紧器的张力  $T$  与活塞的冲程  $s$  有关，并且满足以气体理论为基础的非线性方程，两者的关系可用下式近似表示：

$$T = \frac{T_0}{(1 + s/s_0)^c} \quad (4)$$

式中： $T_0$  为立管的顶端初始预紧力； $s_0$  为活塞的运动区间长度； $c$  为气体常数，根据不同气体的性质，一般可取 1.0~1.3。

在活塞冲程为零时张紧器张力为立管顶端初始预紧力，且张紧力与冲程存在反比例关系。图 2 所示为本文所采用的液压张紧器的张力—冲程曲线，相关参数为： $s_0 = 11.2$  m,  $T_0 = 7.2$  MN, 下冲程  $s_{down} = -5.6$  m, 上冲程  $s_{up} = 5.6$  m. 由图可见，气体常数越大对应的张紧器刚度越大，且在下冲程区域尤为明显。

张紧器的线性模型刚度通常取张紧器张力曲线在冲程为零时的斜率绝对值，而非线性模型刚度则

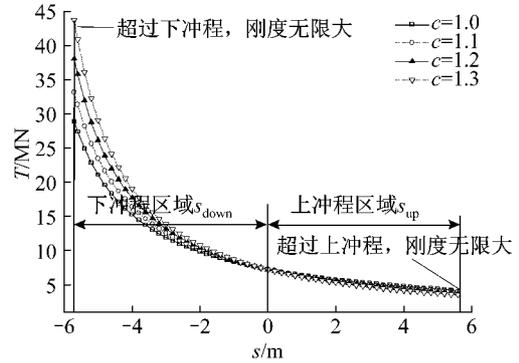


图 2 张紧器张力曲线  
Fig. 2 Tensioner curves

根据冲程改变，表达为

$$k_{nl} = \frac{T_0 c}{s_0 (1 + s/s_0)^{c+1}} \quad (5)$$

图 3 所示为气体常数  $c = 1.2$  时冲程范围内两种张紧器模型的刚度值比较。可见，在上冲程范围内，非线性模型刚度值略小；而在下冲程区域，非线性模型的刚度值则明显高于线性模型的刚度。液压张紧器摩擦力的模拟是准确模拟张紧器的重要部分<sup>[8]</sup>，本文采用文献<sup>[9]</sup>中改进的摩擦力公式，通过张紧器张力和冲程的时间导数  $\dot{z}$  确定摩擦力：

$$F_f = \mu T \text{sgn}(-\dot{s}) \quad (6)$$

式中： $F_f$  为摩擦力； $\mu$  为摩擦系数； $\mu = 0.02 \sim 0.06$ <sup>[9]</sup>，在本文研究中取 0.025。

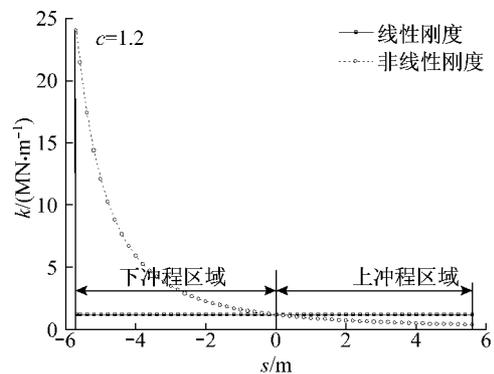


图 3 线性与非线性模型刚度值比较 ( $c = 1.2$ )  
Fig. 3 Comparison of stiffness between linear and nonlinear model ( $c = 1.2$ )

在耦合模型中，张紧器、立管和平台的连接方式如图 4 所示。模拟活塞的节点通过张紧器非线性弹簧单元与张紧环连接，且通过刚度尽可能大的弹簧单元在各自由度与浮体单元连接，本文采用的刚度值为 100 GN/m. 为保证活塞沿立管运动，采用多点

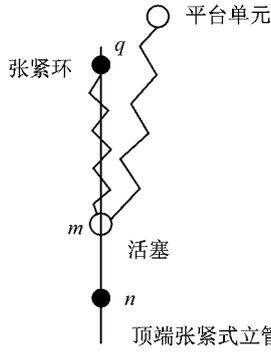


图 4 平台、张紧器和立管连接示意图

Fig. 4 Connection sketch of platform/tensioner/TTR

约束保证模拟活塞的节点在立管单元节点的连线上运动. 假定两端节点分别为  $q$  和  $n$ , 节点  $m$  在  $q$  和  $n$  的连线上运动, 则在局部坐标系下的约束表达式为:

$$dx_I^m (\tau_{1,I} \tau_{2,J} - \tau_{2,I} \tau_{1,J}) + dx_K^m (\tau_{1,K} \tau_{2,J} - \tau_{2,K} \tau_{1,J}) - P dx^n (\tau_1 \tau_{2,J} - \tau_{2,J} \tau_{1,J}) - (1-P) dx^n (\tau_1 \tau_{2,I} - \tau_{2,I} \tau_{1,I}) = 0$$

$$dx_J^m (\tau_{2,J} \tau_{1,I} - \tau_{1,J} \tau_{2,I}) + dx_K^m (\tau_{2,K} \tau_{1,I} - \tau_{1,K} \tau_{2,I}) - P dx^n (\tau_2 \tau_{1,I} - \tau_{1,I} \tau_{2,I}) - (1-P) dx^n (\tau_2 \tau_{1,I} - \tau_{1,I} \tau_{2,I}) = 0$$

其中:

$$\tau_1 = [\tau_{1,I} \quad \tau_{1,J} \quad \tau_{1,K}]$$

$$\tau_2 = [\tau_{2,I} \quad \tau_{2,J} \quad \tau_{2,K}]$$

分别为垂直于  $q$  和  $n$  连线的单位向量  $n$  的正交单位向量,  $\tau_1, \tau_2, n$  组成局部正交坐标系, 下标  $I, J, K$  表示该正交坐标系下的分量;

$$x^m = [x_I^m \quad x_J^m \quad x_K^m]$$

$$dx^m = [dx_I^m \quad dx_J^m \quad dx_K^m]$$

分别为节点  $m$  的位置坐标和位移向量;

$$P = \frac{n}{[l(x^m - x^n)]}$$

$l$  为节点  $q$  和节点  $n$  之间的长度.

张紧器的上端和下端有限制器保证活塞在固定的范围内活动. 当活塞运动到冲程的下限  $s_{down}$  或冲程的上限  $s_{up}$  时, 活塞的运动受到限制, 此时可认为张紧器刚度为无穷大. 本文采用刚度值为  $100 \text{ GN/m}$  的弹簧模拟限制器, 模拟活塞超出冲程时受到的刚性限制. 为研究限制器的作用, 将张紧器冲程的上限和下限分别缩小至  $4 \text{ m}$  和  $-4 \text{ m}$  进行耦合计算. 由图 5 可见, 限制器对活塞运动的运动范围进行了较好的控制, 当活塞达到冲程的上、下限时, 张紧器的刚度发生突变, 张紧力也随之发生突变 (见图 6). 活塞由于受到限制器的作用, 在达到冲程上限后经过一段相对平稳期便提前进入缩小冲程的运动, 后续的活塞冲程变化受到了较明显的影响.

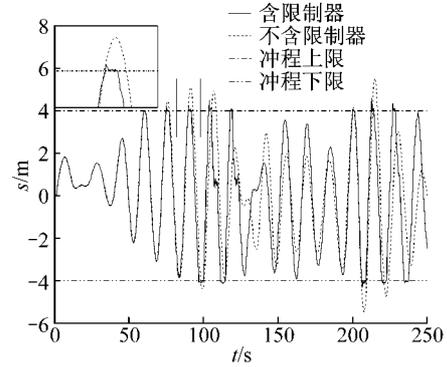


图 5 活塞冲程时历曲线

Fig. 5 Time history of stroke of the piston

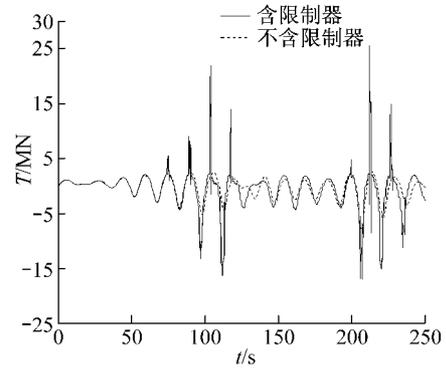


图 6 张紧器张力时历曲线

Fig. 6 Time history of tension of the tensioner

#### 4 线性与非线性张紧器模型比较

将张紧器视为深海平台系统的一部分, 分别采用线性和非线性模型研究了张紧器对平台水动力性能的影响. 图 7 所示为含张紧器模型的平台垂荡自由衰减时历曲线. 可见, 不考虑摩擦力时, 2 种张紧器模型的垂荡幅度和衰减速度相近, 但考虑摩擦力时垂荡幅值明显减小, 且衰减速度明显加快; 由于刚度的变化, 含有非线性和线性张紧器模型的平台垂荡固有周期分别为  $17.2 \text{ s}$  和  $17.9 \text{ s}$ . 由此可见, 张紧器模型对平台的垂荡特性有明显的影响.

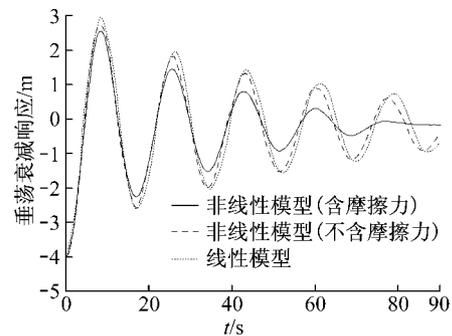


图 7 线性和非线性张紧器模型对浮体垂荡自由衰减的影响

Fig. 7 The effect of linear and nonlinear tensioner model on the heave free-decay motion of hull

选取南海百年一遇海况进行平台系统耦合分析,相关环境参数为:有义波高  $H_s = 13.3$  m, 谱峰周期  $T_p = 15.5$  m, 表面流速为  $v_s = 1.97$  m/s. 张紧器模型参数见图 2. 其中, 气体常数  $c = 1.1$ .

图 8 所示为两种张紧器模型活塞的冲程时历. 可见, 线性模型活塞冲程的平均值约为  $-0.486$  m, 明显小于非线性模型的冲程均值  $-0.189$  m; 由于没有限制器的作用, 线性模型的活塞冲程明显超出了张紧器的冲程下限, 而非线性模型的活塞分别在  $332.1$  s 和  $339.2$  s 时达到冲程的下限和上限并受到限制器的作用, 张紧力发生突变, 如图 9 所示.

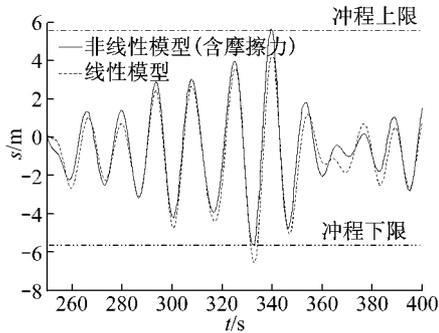


图 8 线性与非线性张紧器模型活塞冲程的比较

Fig. 8 Comparison of piston strokes between linear tensioner model and nonlinear tensioner model

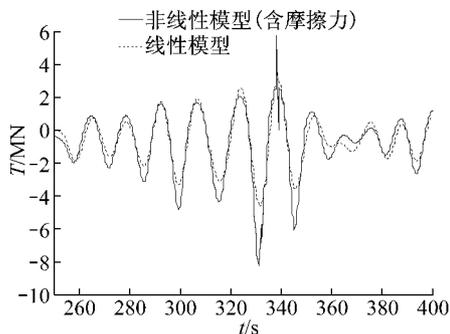


图 9 线性与非线性张紧器模型张力比较

Fig. 9 Comparison of tension between linear tensioner model and nonlinear tensioner model

由图 10 可见, 2 种张紧器模型在上冲程和下冲程范围内刚度的差异导致含有非线性模型的浮体垂荡响应的谷值偏低, 运动范围偏大.

由图 11 可见, 在含有非线性张紧器模型的耦合系统中, 立管与张紧环固结部位垂向运动要明显高于含有线性张紧器模型的耦合系统. 这是由于立管张紧环处的向下运动幅度越大, 活塞进入下冲程的范围也越大, 非线性张紧器模型提供的反力明显高于线性模型, 因而更有效地阻碍浮体向下运动. 活塞接触到限制器后, 浮体和立管的运动受到明显的影响, 且会出现强烈的振动现象, 主要表现为立管与张

紧环处垂向运动存在一定的锯齿状抖动.

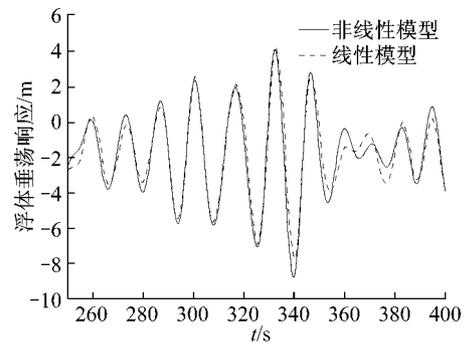


图 10 浮体垂荡响应时历

Fig. 10 Heave motion of the hull

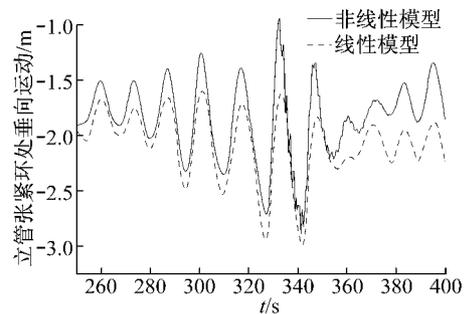


图 11 立管张紧环处垂向运动时历

Fig. 11 Vertical motion of tension ring of the riser

## 5 结论

本文将线性与非线性液压张紧器模型整合到浮体、系泊索和立管全耦合动力分析程序中, 并在百年一遇海况下针对一深海平台系统深入研究了张紧器模拟方式对浮体和立管垂向运动响应的影响, 得到以下结论:

(1) 在灾害环境下, 非线性张紧器模型可以模拟液压张紧器对活塞冲程的限制效应, 从而更真实地模拟立管系统的动力响应, 这是线性模型所无法计及的.

(2) 液压张紧器中的摩擦力对浮体的垂荡响应有明显影响, 摩擦效应将加快浮体的垂荡衰减过程.

(3) 在恶劣海况下, 活塞活动的冲程范围较大, 非线性模型能够较好地反映张紧器张力的非线性效应.

(4) 与线性模型相比, 非线性张紧器模型的耦合系统中的浮体和 TTR 立管顶端垂向运动范围更大, 且立管垂向运动的均值也存在明显的差异.

根据上述结论, 在进行耦合动力分析预报浮体响应以及 TTR 立管的详细有限元分析中, 应采用非线性张紧器模型, 从而得到准确的立管动力响应计算结果.

## 参考文献:

- [1] Murray J, Tabar A, Yang C K. Hydrodynamics of dry tree semisubmersible[C]// **Proceedings of the 17th International Society of Offshore and Polar Engineers**. Houston, Texas, USA: ISOPE, 2007: JSC-491.
- [2] Natarajan S, Nguyen C. Advances in deepwater top tensioned riser design consideration[C]// **Proceedings of the 17th International Society of Offshore and Polar Engineers**. Vancouver, Canada: ISOPE, 2008: 118-125.
- [3] Botros F, Burke R, Magee A. Coupled analysis and tensioning system for holstein dry-tree risers[C] // **Offshore Technology Conference**. Houston, Texas, USA: OTC, 2005:17252-MS
- [4] Perryman S, Gebara J, Botros F. Holstein truss spar and top tensioned riser system design challenges innovations[C]// **Offshore Technology Conference**. Houston, Texas, USA: OTC, 2005: 17292-MS
- [5] 冯爱春. 深海平台及系泊与立管系统动力特性分析[D]. 上海:上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 2010.
- [6] 杨洪彪. 基于顶张紧式立管动力分析的关键参数研究[D]. 大连:大连理工大学船舶工程学院, 2010.
- [7] 徐正强,唐文勇,薛鸿祥. 灾害性海洋环境下 TLP 深水张紧式生产立管安全性评估[J]. **海洋工程**, 2010, 28(3): 44-49.
- XU Zheng-qiang, TANG Wen-yong, XUE Hong-xiang. Safety assessment of a top-tensioned TLP production riser in disastrous marine environment [J]. **China Ocean Engineering**, 2010, 28(3): 44-49.
- [8] Andringhetto P L, Valdiero A C, Carlotto L. Study of the friction behavior in industrial pneumatic actuators[C] // **Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering**. Ouro Preto, MG: ABCM, 2005: 369-376.
- [9] Yang C K, Kim M H. Linear and nonlinear approach of hydropneumatic tensioner modeling for spar global performance[J]. **Journal of Offshore and Mechanics and Arctic Engineering**, 2010, 132(1): 1-9.
- (上接第 1651 页)
- [6] Ptasiński P, Cecelja F, Balachandran W. Altitude aiding for GPS systems using elevation map datasets [J]. **Journal of Navigation**, 2002, 55: 451-462.
- [7] 张常云. 三星定位原理研究[J]. **航空学报**, 2001, 22(2): 175-176.
- ZHANG Chang-yun. Approach to positioning with three geostationary satellites[J]. **Acta Aeronautica et Astronautica Sinica**, 2001, 22(2): 175-176.
- [8] 程威. 三星定位接收机信号处理硬件平台设计[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学自动化学院, 2006.
- [9] 贾广沂,李国通,朱秋芳. 一种基于中国区域定位系统的三星定位方法[J]. **计算机应用**, 2008, 28(S1): 384-386.
- JIA Guang-yi, LI Guo-tong, ZHU Qiu-fang. Positioning algorithm with three satellites based on Chinese area positioning system[J]. **Computer Applications**, 2008, 28(S1): 384-386.
- [10] 张丽荣. CAPS 广域差分方法研究[D]. 北京:中国科学院研究生院, 2008.
- [11] Luo X, Mayer M, Heck B. Improving the stochastic model of GNSS observations by means of SNR-based weighting[C]// **SIDERIS M G. Observing our Changing Earth: Proceedings of the 2007 IAG General Assembly**. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2008: 725-734.
- [12] Kelley C. Solving nonlinear equations with Newton's method[M]. Philadelphia, PA: SIAM, 2003.
- [13] 王萌,马利华,张丽荣,等. 中国区域定位系统的水平定位误差分布研究[J]. **天文研究与技术**, 2012, 9(3): 283-289.
- WANG Meng, MA Li-hua, ZHANG Li-rong, et al. Analysis of horizontal positioning error distribution of Chinese area positioning system[J]. **Astronomical Research & Technology**, 2012, 9(3): 283-289.
- [14] 杨元喜. 关于“新的点位误差度量”的讨论[J]. **测绘学报**, 2009, 38(3): 280-282.
- YANG Yuan-xi. Discussion on “A new measure of positional error”[J]. **Acta Geodaetica et Cartographica Sinica**, 2009, 38(3): 280-282.
- [15] SHI Hu-li, AI Guo-xiang, HAN Yan-ben, et al. Multi-life cycles utilization of retired satellites[J]. **Sci China Ser G-Phys Mech Astron**, 2009, 52(3): 323-327.
- [16] Langley R B. Dilution of precision[J]. **GPS World**, 1999, 10(5): 52-59.